

ATENUANDO O MULTICAMINHO: POSSIBILIDADES E TÉCNICAS

Eniuce Menezes de Souza¹
João Francisco Galera Monico²
Wesley Gildo Canducci Polezel³

¹ Universidade Estadual Paulista – UNESP – Faculdade de Ciências e Tecnologia – Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas – eniuce@pos.prudente.unesp.br

² Universidade Estadual Paulista – UNESP – Faculdade de Ciências e Tecnologia – Departamento de Cartografia – galera@prudente.unesp.br

³ Universidade Estadual Paulista – UNESP – Faculdade de Ciências e Tecnologia – Graduação em Engenharia Cartográfica – wesley@estudante.prudente.unesp.br

RESUMO

A rápida evolução das aplicações GPS tem produzido uma grande melhoria na acurácia do posicionamento. Essa melhoria tem sido possível devido ao avanço das técnicas de redução dos erros envolvidos nas observações GPS e da tecnologia dos receptores. Entretanto, principalmente para o posicionamento relativo envolvendo linhas de base curtas, está reconhecido que dentre os erros envolvidos no GPS, o erro que impede a alta acurácia do posicionamento é o multicaminho. Trata-se, portanto, de um efeito que ainda requer investigações. Mas, muitas técnicas já têm sido desenvolvidas e percebe-se um grande progresso em relação à atenuação parcial deste efeito. Neste artigo, objetiva-se discutir sobre os principais métodos de atenuação do multicaminho, incluindo também os métodos de processamento em tempo real dentro do próprio receptor. É apresentado um experimento mostrando algumas características importantes do multicaminho, tais como, sua repetibilidade em dias consecutivos e sua relação com o ângulo de elevação dos satélites. É aplicado um dos métodos de atenuação do multicaminho que tem se mostrado muito promissor, o processamento dos dados GPS utilizando *wavelets*. Obtiveram-se melhorias de até 30% nos resíduos médios para a pseudodistância e até 14% para a fase da onda portadora. Os resultados também mostraram que a solução das ambigüidades se tornou mais confiável após a atenuação do multicaminho.

Palavras-chave: Multicaminho, *Wavelets*, Fase da Onda Portadora, Pseudodistância.

MITIGATING MULTIPATH: POSSIBILITIES AND TECHNIQUES

ABSTRACT

The rapid evolution of GPS applications has produced a large improvement of positioning accuracy. This improvement has been possible due to advance in the techniques of reduction of the involved errors in the GPS observables and in the receiver technology. However, mainly for the relative positioning with short baselines, it is recognized that among the involved errors in the GPS, the error that corrupt the high accuracy of the positioning is the multipath. Therefore, it is a error that requires more investigations. But, many techniques already have been developed and one notices a large progress in relation to partial attenuation of this effect. In this paper, the aim is to discuss about the main methods of multipath mitigation are discussed, including also the real time processing methods within the GPS receivers itself. An experiment showing some important multipath features, such as, its repeatability in consecutive days and its relation with the elevation angle satellites is presented. One of the multipath mitigation methods that has shown very promising is applied, the data processing using wavelets. Improvements of up to 30% in the pseudorange average residuals and up to 14% in the carrier phase were obtained. The results also showed that the ambiguities solution become more reliable after the corrections of the multipath.

Keywords: *Multipath, Wavelets, Carrier Phase, Pseudorange.*

1. INTRODUÇÃO

O GPS tem mostrado ser capaz de apoiar uma grande variedade de aplicações. Além das funções usuais de determinação da posição, velocidade e tempo, também é possível determinar a atitude de plataformas dinâmicas e guiagem na aviação, para pouso e decolagem de aeronaves. Porém, estas aplicações enfrentam um obstáculo, ou seja, o efeito do multicaminho que é o fenômeno pelo qual um sinal chega à antena do receptor por caminhos múltiplos, devido à reflexão.

Várias técnicas têm sido desenvolvidas para tentar eliminar o efeito do multicaminho. Dentre elas, algumas tentam reduzir a intensidade dos sinais secundários preservando o sinal direto, em outras palavras, isolam o sinal direto. Estas técnicas incluem o uso de antenas especiais, arranjo de várias antenas, estratégia de localização da antena e observação do sinal por longo intervalo de tempo.

Outras técnicas, muito promissoras, reduzem os efeitos de multicaminho utilizando processamentos de sinais em tempo real dentro do receptor. Mas mesmo assim, a utilização de tais receptores ainda não é garantia de um sinal totalmente livre de multicaminho.

Uma boa opção está na atenuação do multicaminho usando técnicas de *software*, as quais incluem aproximações paramétricas e técnicas de filtragem que tratam as observações durante o estágio de processamento dos dados. Entretanto, para o uso de alguns desses métodos, é necessário um conhecimento à priori do ambiente (como por exemplo, um modelo digital do terreno). Trata-se, portanto, de uma estratégia que pode estar sujeita a restrições.

Outra possibilidade de atenuação do multicaminho também realizada durante o processamento de dados, ao nível de observações de duplas diferenças refere-se ao uso das *wavelets*. As duplas diferenças (DD) são tratadas através da transformada de *wavelets*, na qual o sinal (DD) é decomposto, separando as altas frequências, onde se encontra o efeito de multicaminho de alta frequência, das baixas frequências (sinal propriamente dito e efeitos de baixa frequência). Após o processo de decomposição, modificando os coeficientes *wavelets*, o sinal pode ser reconstruído sem o efeito de multicaminho de alta frequência calculado.

Dessa forma, esse artigo tem por objetivo apresentar as várias técnicas de atenuação do multicaminho desenvolvidas, incluindo receptores e antenas recentemente fabricadas. Uma das técnicas de processamento, a que se refere ao uso das *wavelets*, é aplicada em dados provenientes de um experimento em um ambiente com multicaminho. Dentre as *wavelets* de Daubechies de 4, 12 e 20 coeficientes, é mostrado qual apresenta melhor desempenho nesta aplicação. Algumas características importantes do multicaminho são analisadas, tais como sua repetibilidade em diferentes dias e sua relação com o ângulo de elevação dos satélites. Além disso, a qualidade das observações, a confiabilidade da solução das ambigüidades e os resíduos médios são comparados com e sem a atenuação do multicaminho utilizando a transformada *wavelets* no processamento.

2. MULTICAMINHO

O multicaminho é causado principalmente por reflexões do sinal em superfícies mais ou menos próximas ao receptor, tais como construções, carros, árvores e colinas (MONICO, 2000). Este efeito é mostrado na figura 1.

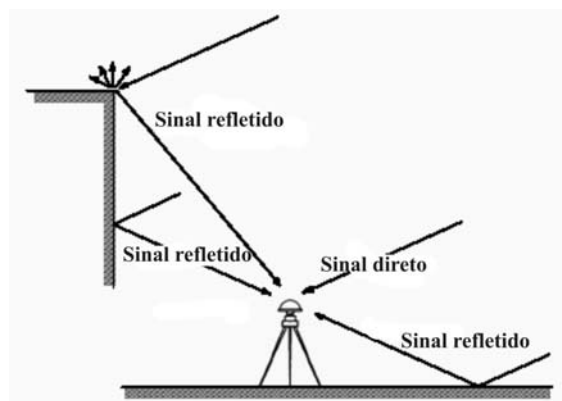


Figura 1 – Efeito do multicaminho

O sinal refletido é sempre mais fraco que o sinal direto devido à atenuação no objeto refletor. Esta atenuação depende da natureza do material refletor, do ângulo incidente na reflexão e da polarização do sinal.

Em geral, reflexões com ângulos de incidência muito pequenos, praticamente não sofrem atenuação. Esta é uma das explicações para o fato de satélites a baixos ângulos de elevação gerarem fortes incidências de multicaminho (LEICK, 1995). Outra explicação é que os sinais de satélites a baixos ângulos de elevação estão mais sujeitos a se refletirem em saliências e construções próximas ao horizonte, além da interferência no próprio sinal e das variações do centro de fase. Para mostrar este fato, na figura 2(a) é apresentado o ângulo de elevação de um satélite descendente (PRN 9), e na figura 2(b), os resíduos da DD da pseudodistância formada entre este e um outro satélite com alto ângulo de elevação (PRN 17).

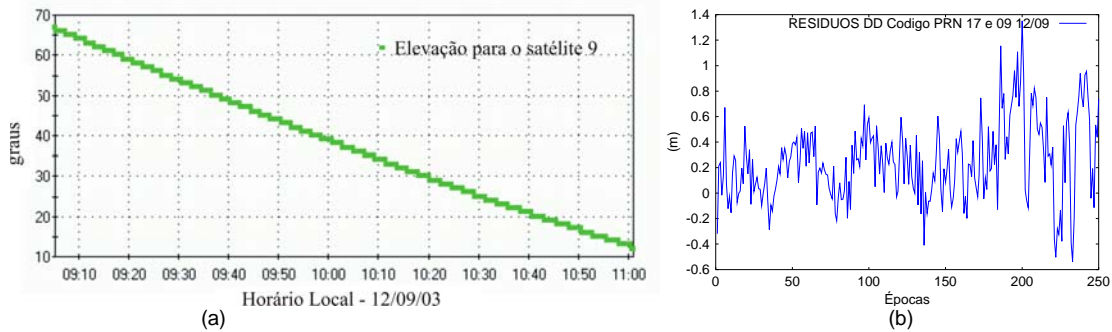


Figura 2 – Elevação para o satélite 9 e resíduos da DD 17-09

Os resíduos da figura 2(b) são provenientes de dados coletados com intervalos de 15 s em um local próximo de objetos refletoras. Verifica-se que os erros devido ao multicaminho tendem a aumentar para satélites em baixos ângulos de elevação.

Além de o sinal refletido ser mais fraco que o sinal direto, ele também chega atrasado à antena do receptor. Assim, o efeito do multicaminho desloca as observáveis pseudodistância e fase da onda portadora, degradando a precisão e acurácia no posicionamento.

A frequência do multicaminho é proporcional à distância perpendicular do refletor a antena do receptor, inversamente proporcional ao comprimento de onda, e é função do ângulo de elevação do satélite. Assim, se o efeito de multicaminho é proveniente de distâncias longas, ele é caracterizado por altas frequências, caso contrário, é de baixa frequência. O erro de multicaminho para a fase da onda portadora é proporcional ao comprimento de onda (λ), ou seja, o erro máximo é de $\lambda/4$ (HOFMANN-WELLENHOF, 1997). Logo, os maiores erros são causados pelo multicaminho de baixa frequência (RAY; CANNON e FENTON, 1999 SOUZA, 2004).

3. TÉCNICAS DE ATENUAÇÃO DO MULTICAMINHO

3.1. TÉCNICAS ESPACIAIS OU DE HARDWARE

Várias técnicas de redução de multicaminho utilizam a geometria de propagação do sinal. Algumas dessas técnicas incluem o uso de antenas especiais, processamento espacial com arranjo de várias antenas, estratégia de localização de antena e observação do sinal por longo tempo para deduzir os parâmetros do multicaminho auxiliado pela mudança da geometria da reflexão. Esses métodos tentam reduzir os sinais secundários preservando o sinal direto (WEILL, 1997a).

Uma breve descrição destas técnicas é feita nas seções seguintes.

3.1.1 Antenas especiais

O multicaminho que chega por baixo da antena pode ser significativo, dependendo do tipo de antena usada. Um plano de terra pode ser necessário. Geralmente, esse aparato é uma superfície metálica de forma circular ou retangular centrada no plano horizontal da base da antena GPS (LEICK, 1995). Essa técnica fomentava a teoria de que o plano de terra protegeria a antena de todos os sinais que chegam por baixo dela. Isto se mostrou não ser verdade, pois, em virtude de algumas características das ondas eletromagnéticas, elas se deslocavam para a superfície superior do mesmo, alcançando a antena e comprometendo a utilidade do disco (WEILL, 1997a).

Para eliminar tal aparecimento de ondas, o plano de terra pode ser constituído de um choke-ring, uma série de círculos concêntricos com altura de aproximadamente um quarto de comprimento de onda, valor máximo do multicaminho para a portadora, e espaçamento de aproximadamente metade do comprimento de onda (LEICK, 1995). Essa composição antena-plano de terra é uma das melhores para proteção contra o multicaminho e, para fins deste trabalho, será denotada antena *choke-ring*. Quando foi fabricada era uma

antena de custo alto e pesada. Atualmente, já existem antenas *choke-ring* mais leves e de menor custo. Entretanto, esta antena não pode atenuar os sinais que chegam de cima do horizonte da mesma, como os provenientes de reflexões em construções elevadas.

A redução do sinal refletido também seria possível pela seleção de antenas construídas com base na polarização do sinal GPS, o qual é polarizado circularmente à direita. O sinal refletido uma única vez, dependendo do ângulo de incidência, se torna polarizado à esquerda (HOFMANN-WELLENHOF, 1997). Teoricamente, todos os sinais polarizados à esquerda seriam rejeitados pela antena. No entanto, isso não ocorre na prática (BRAASCH, 1996). Apenas parte dos sinais polarizados à esquerda é atenuada. Essa técnica deve ser utilizada em conjunto com outras proteções como, por exemplo, a antena *choke-ring*.

Sinais que chegam à antena não são recebidos igualmente de todas as direções. Parte da rejeição do multicaminho pode ser construída na antena através de uma modelagem de ganhos. Como grande parte do multicaminho chega de ângulos próximos do horizonte, ele pode ser reduzido devido à modelagem de baixo ganho nessas direções (BRAASCH, 1996). Porém, isso é mais válido para o ruído no receptor do que para o multicaminho. Tais antenas podem ser aceitáveis para receptores terrestres, mas pode se tornar um problema em aplicações aéreas. Antenas em aeronaves devem continuar recebendo os sinais dos satélites enquanto estão aterrissando, ou seja, a perda de sintonia do sinal deve ser evitada (LEICK, 1995).

A NovAtel tem fabricado antenas com a recente tecnologia *Pinwheel*, como a GPS-600. A unidade possui *slots* espirais otimizados para receber sinais circularmente polarizados à direita. Além disso, existe um arranjo de anéis concêntricos do lado de fora dos *slots* espirais para suprimir a difração e a reflexão nas bordas da antena. Uma outra opção está no uso da *Advanced Pinwheel Compact Controlled Reception Pattern Antenna* (AP-CRPA) designada para reduzir interferências de outros sinais e o multicaminho. Para mais detalhes pode-se consultar (KUNYSZ, 2000, 2001; SOUZA, 2004)

3.1.2. Estratégia de localização de antena

Usuários podem reduzir os efeitos de multicaminho colocando a antena em lugares menos sujeitos a receber sinais refletidos. Pode-se determinar a posição de um ponto num lugar "limpo" e calcular a posição desejada baseada nas técnicas de medição de ângulo e distância.

Outra opção é eliminar as reflexões do terreno com a colocação da antena do receptor no chão, ou seja, sem o uso do tripé, por exemplo. Esta situação pode ser impraticável em alguns casos, mas pode ser eficaz em outros.

3.1.3. Processamento espacial de várias antenas

Também se pode reduzir os efeitos de multicaminho utilizando múltiplas antenas que simultaneamente recebem o sinal GPS de diferentes pontos do espaço. Como a geometria varia em diferentes locais, o sinal GPS corrompido pelo multicaminho geralmente terá diferentes características em cada antena. Usuários podem empregar uma forma para processar o sinal, denominada *spatial processing*, para explorar essas diferenças e isolar o sinal direto (WEILL, 1997a).

Ray, Cannon e Fenton (1998) e Ray (1999) apresentaram uma técnica de atenuação do multicaminho para fase da onda portadora utilizando seis antenas proximamente espaçadas. Os erros de multicaminho podem ser relacionados uns com os outros através da direção do sinal e conhecimento da geometria entre as antenas. Assim, os parâmetros do sinal refletido podem ser estimados utilizando um filtro de Kalman. Farret (2000) realizou um experimento similar utilizando apenas duas antenas próximas. Trata-se de uma técnica mais prática e econômica, entretanto, em nível de Brasil, tal facilidade não se encontra disponível.

3.1.4. Calibração de estações para o efeito de multicaminho

Um novo método se refere à calibração de estações para o efeito de multicaminho, em particular estações de referência. A idéia básica deste método é decorrelacionar o multicaminho através do movimento controlado de um robô (Figura 3). A estação com o robô é colocada perto da estação fixa a ser calibrada, a qual está sujeita a todos os sinais com multicaminho. A estação móvel, por sua vez, reduz o efeito de multicaminho através do movimento controlado. Dessa forma, nas DDs comparecem apenas os erros de multicaminho para a estação fixa, os quais segundo os autores, podem ser descritos no modelo funcional (SEEBER, 2003; BÖDER et al, 2001).



Figura 3 – Robô para calibração do centro de fase
Fonte: Böder et al, 2001.

3.1.5. Observação de sinal por longo tempo

Se um receptor observa um sinal por longo intervalo de tempo, pode ter vantagens da mudança de geometria das reflexões secundárias, causadas pelo movimento angular do satélite. Em virtude de requerer um longo intervalo de tempo de observação, estas técnicas são impraticáveis para a maioria das aplicações.

Por outro lado, desde que a geometria entre o satélite GPS e a localização de um receptor específico se repita durante vários dias consecutivos, o multicaminho deve mostrar o mesmo padrão. Tal repetição pode ser utilizada na verificação da presença de multicaminho pela análise das observações de diferentes dias avançados por aproximadamente quatro minutos por dia em razão do período nominal do satélite de meio dia sideral (LEICK, 1995).

3.2. MÉTODOS DE PROCESSAMENTO OU TÉCNICAS DE SOFTWARE

3.2.1. Métodos de processamento no receptor

Alguns métodos promissores para reduzir os efeitos de multicaminho utilizam processamento de sinais em tempo real dentro do receptor. Esta nova e atraente tecnologia envolve pesquisa e desenvolvimento dos principais fabricantes de receptores, que muitas vezes, apresentam os resultados sem revelar explicitamente os seus “segredos”. A seguir são brevemente apresentadas algumas técnicas de processamento no receptor. Para mais detalhes pode-se consultar Souza, Pagamisse e Monico (2003) e Souza (2004).

3.2.1.1. Medidas padrão

Para investigar técnicas de processamento que atenuam o multicaminho, é fundamental explorar como o multicaminho causa erros em receptores que utilizam métodos padrão de rastreamento. Assumindo que o receptor processa apenas o código C/A, a forma da onda no receptor no instante t quando o multicaminho não está presente pode ser matematicamente representada em por

$$r(t) = Ae^{j\varphi}c(t-\tau) + n(t), \quad (1)$$

onde $c(t)$ é a forma de onda do código normalizada e não atrasada, τ é o atraso de propagação do sinal, A é a amplitude do sinal, φ é a fase da portadora, $n(t)$ é o ruído termal do receptor, e é a base do logaritmo natural e j é a raiz quadrada de -1.

É necessário estimar o atraso de propagação τ que pode ser convertido em distância entre o receptor e o satélite. O receptor faz essa estimativa gerando uma réplica $c_r(t)$ do código transmitido e tentando alinhar essa réplica no tempo com a forma de onda do código que chega. O grau de alinhamento é medido pela função de autocorrelação do sinal que chega e a sua réplica gerada no receptor (WEILL, 1997a).

A função de autocorrelação depende do multicaminho e pode ser expressa matematicamente por

$$R(\hat{\tau}) = \int_{T_1}^{T_2} r(t)c_r(t - \hat{\tau})dt, \quad (2)$$

onde $R(\hat{\tau})$ é a função de autocorrelação, $\hat{\tau}$ é o atraso de tempo da réplica $c_r(t)$ e $r(t)$ é dada por (2).

A figura 4(a) mostra a taxa de erro positiva causada pelo sinal secundário em fase. Pode-se notar que a inclinação positiva da função de autocorrelação do caminho secundário desloca o pico da função de autocorrelação do sinal direto para a direita, como mostra a curva resultante. Já na figura 4(b), observa-se que a taxa de erro negativa ocorre quando o sinal secundário está fora de fase com o sinal direto.

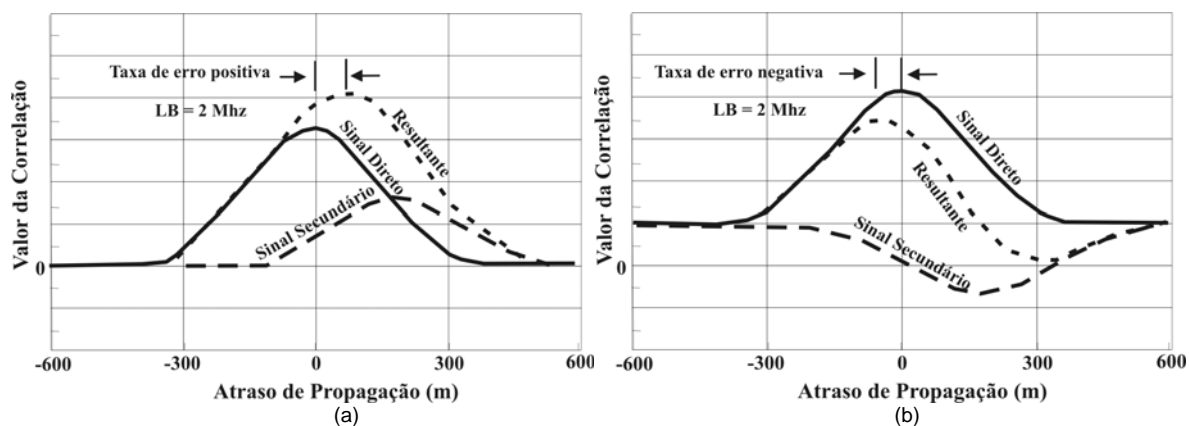


Figura 4 – (a) Taxa de erro positiva causada pelo multicaminho em fase
 (b) Taxa de erro negativa causada pelo multicaminho fora de fase
 Fonte: Weill, 1997a.

Assim, como mostrado nas figuras 4(a) e 4(b), a localização do pico da função de autocorrelação resultante, que o receptor interpreta como do sinal direto, é deslocada de sua posição correta devido à componente inclinada do sinal secundário.

3.2.1.2. Função de correlação da borda principal (*Leading Edge Correlator*)

Diversas pesquisas têm proposto técnicas de redução do multicaminho partindo do fato de que o sinal direto chega ao receptor sempre antes que os sinais provindos de caminhos secundários. Isto significa que o multicaminho não afeta a parte principal da função de autocorrelação, como pode ser observado no lado esquerdo da curva da autocorrelação resultante, na figura 5 (WEILL, 1997a). Além disso, pode-se observar que aumentando a largura de banda (LB), incorrendo no espaçamento estreito entre os correlacionadores (*narrow correlator*), o pico da função de autocorrelação do sinal direto fica mais acentuado. Assim, o erro causado pelo sinal secundário é reduzido.



Figura 5 – Taxa de erro reduzida causada pelo multicaminho (LB = 8MHz)
 Fonte: Weill, 1997a.

Dessa forma, se fosse possível medir a localização apenas da parte principal da função de autocorrelação, o atraso do sinal poderia ser determinado e o multicaminho não causaria erros. Entretanto, tal situação é ilusória. A parte da função de autocorrelação não contaminada é apenas um pequeno pedaço na esquerda, onde a curva começa a subir e, nessa região, não só a razão sinal ruído é relativamente pobre, mas a inclinação da curva é relativamente pequena, e isso dificulta a estimativa, com acurácia, do atraso associado a essa região livre de multicaminho (WEILL, 1997a).

3.2.1.3. Tecnologia *Narrow Correlator*

A *Narrow Correlator Delay Lock Loop* (DLL) foi introduzida nos receptores GPS em 1991 e foi a primeira técnica significativa para reduzir o efeito de multicaminho no código C/A por processamento no receptor. A idéia é minimizar o tempo entre as amostras dos correlacionadores adiantado e atrasado para determinar com mais precisão o pico da função de autocorrelação (BRAASCH, 1996).

Se os correlacionadores são separados por 1,0 chip, então as amostras adiantada e atrasada poderão ser ajustadas longe do pico e o erro causado pelo multicaminho pode ser bastante grande. Já se o espaçamento é de 0,1 chip (*narrow correlator*), então as amostras de correlacionadores serão ajustadas próximas ao pico. Por utilizar uma pequena parte da amostra de correlação para formar a função discriminadora, o erro máximo de multicaminho é reduzido, neste caso, por um fator de 10 e o multicaminho com atrasos relativos de aproximadamente 1 chip ou mais é geralmente rejeitado (BRAASCH, 1996).

A curva B da figura 6 mostra o erro típico induzido pelo multicaminho para a *narrow correlator* como uma função da separação dos caminhos quando os dois estão em fase. Deve-se notar também que o erro máximo de 80 m para a curva A foi reduzido para aproximadamente 10 m.

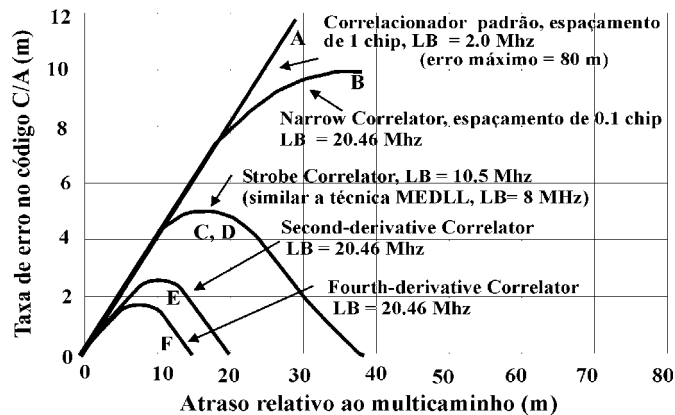


Figura 6 – Taxa de erro no código para algumas técnicas de atenuação
Fonte: Weill, 1997b.

As outras técnicas apresentadas na figura 6 são descritas nas seções seguintes. Mas, pode-se notar que a melhoria efetiva em todas as técnicas apresentadas nesta figura ocorre quando a largura de banda aumenta, o que é princípio da *narrow correlator*, independentemente da forma como cada uma delas detecta o pico da função de autocorrelação.

3.2.1.4. Forma da Função de Correlação

Como a função de autocorrelação depende do multicaminho, os parâmetros do multicaminho podem ser determinados observando a forma de uma função de correlação específica (BRAASCH, 1996). Feito isso, pode-se determinar o parâmetro de atraso de propagação do sinal direto. Essa idéia tem mérito, mas requer muitas correlações com diferentes valores do atraso da réplica do sinal $\hat{\tau}$ para obter amostras da forma da função. A curva C na figura 6 representa os resultados obtidos por um outro fabricante utilizando sua própria versão da forma da função de correlação, o receptor *Multipath Estimating Delay-Lock Loop* (MEDLL), o qual representa uma significativa melhoria em relação à tecnologia *narrow-correlator* (TOWNSEND et al, 1995).

3.2.1.5. Strobe Correlator

No ION GPS 96, um fabricante de receptores apresentou um artigo descrevendo os resultados obtidos por uma técnica de atenuação do multicaminho chamada *Strobe Correlator*. Esta técnica utiliza um correlacionador extra para um melhor rastreamento do código, onde, ao invés de permitir que os sinais direto e secundário se sobreponham, ela tenta mantê-los separados (GARIN, DIGGELEN e ROUSSEAU, 1996).

A curva D da figura 6 representa essa técnica, cujos resultados teóricos são similares à técnica MEDLL.

3.2.1.6. Correlacionador modificado por formas de onda de referência

Esta técnica altera a forma de onda do código PRN de referência do correlacionador para fornecer uma função de autocorrelação que tenha mais resistência aos erros causados pelo multicaminho. Ao invés de utilizar uma forma de onda de um código ideal convencional, usa-se uma forma de onda de referência especificamente designada para produzir uma função de correlação bem mais estreita (WEILL, 1997a, b).

Um exemplo de forma de onda de referência para um correlacionador é o *Second Derivative Correlator* que foi o primeiro tipo desenvolvido por Lawrence R. Weill. A idéia desta técnica é medir o atraso do sinal construindo a segunda derivada negativa da função de autocorrelação e encontrar a localização de seu pico.

A curva E na figura 6 mostra a performance para este método, e na curva F, resultados obtidos utilizando a quarta derivada, os quais são ainda mais satisfatórios (WEILL, 1997a, b).

3.2.2. Métodos de processamento dos dados

Atenuação utilizando técnicas de *software* inclui aproximações paramétricas e técnicas de filtragem que lidam com as observações durante o estágio de processamento dos dados. Nas estratégias em que se atenua o erro de multicaminho utilizando modelos paramétricos, o atraso devido ao multicaminho é primeiro expresso por alguns parâmetros relativos. Quando tais parâmetros são estimados, o atraso devido ao multicaminho pode ser calculado e as correções podem ser feitas nas observações. Tem-se também os modelos semi-paramétricos e o método dos mínimos quadrados penalizados que foram apresentados no ION 99 para modelagem do multicaminho (JIA, TSAKIRI e STEWART, 2000; ALVES, 2004). Entretanto, esses métodos requerem que os parâmetros variem suavemente com o tempo. Dessa forma, ficam restritos a levantamentos onde a geometria do ambiente permanece praticamente inalterada, ou seja, não podem ser utilizados em aplicações cinemáticas.

Walker e Kubik (1996) e Hannah et al. (1998) desenvolveram uma técnica que envolve a solução numérica de uma equação parabólica para modelar a propagação do sinal GPS. Essa técnica pode ser aplicada em dados coletados em ambientes de observação extremamente complicados. Entretanto, é necessário um conhecimento à priori do ambiente (como um modelo digital do terreno).

Axelrad et al (1996) e Comp e Axelrad (1996) utilizaram a razão sinal ruído (*Signal-to-Noise Ratio* - SNR) para atenuação do multicaminho na fase da portadora.

Farret et al. (2003) propõe uma metodologia baseada no estudo dos parâmetros indicadores da SNR, sua relação com a altura dos satélites em relação ao horizonte e o multicaminho. Os resultados permitem subsidiar a escolha de máscaras de trabalho mais apropriadas, conforme a precisão exigida. Entretanto, trata-se de uma técnica para a fase e necessita de pelo menos duas antenas proximamente espaçadas.

Porém, existe um novo método que pode ser utilizado tanto para fase como para a pseudodistância e não necessita das condições mencionadas acima: a transformada de *wavelets* (TW). A filosofia básica desta técnica é que com ela se pode executar uma análise de multirresolução no sinal (observações de DD) com janelas adaptativas no tempo e frequência durante a decomposição do sinal (XIA, 2001). Os fundamentos básicos desta técnica são detalhados na próxima seção.

4. PROCESSAMENTO DOS DADOS DE DD UTILIZANDO WAVELETS

Recentemente, as *wavelets* têm recebido muito interesse tanto do ponto de vista matemático como do ponto de vista do processamento de sinais.

A idéia do que são *wavelets* e o porquê de serem tão aplicáveis baseia-se em três características (SWELDENS, 1996):

- As *wavelets* são blocos construtores de funções em geral, isto é, uma função pode ser representada como uma combinação linear de funções *wavelets*;
- As *wavelets* têm localização espaço-frequência, onde a localização espacial implica que a maioria da energia de uma *wavelet* está restrita a um intervalo finito e, se a função é exatamente zero fora deste intervalo finito, a função é dita ser de suporte compacto. Já a localização frequencial significa que sua transformada de Fourier contém a maioria dos componentes em uma certa banda de frequência;
- As *wavelets* têm algoritmos rápidos. O algoritmo para obter os coeficientes de uma transformada de *wavelets* é denominado Transformada Rápida de *Wavelets* (FWT - *Fast Wavelet Transform*).

A Transformada Wavelet Contínua (TWC) de uma função (sinal) $f \in L^2(\mathbb{R})$ é definida por

$$W(a,b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = \int f(x) \frac{1}{\sqrt{|a|}} \overline{\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)} dx, \quad (3)$$

onde $\langle f, \psi_{a,b} \rangle$ representa o produto interno do sinal $f(x)$ pela wavelet mãe $\psi(a,b)$ e $\psi_{a,b}$ corresponde a uma família de funções obtida a partir da *wavelet* mãe dilatada pelo fator a e submetida ao deslocamento b (DAUBECHIES, 1992, p.24).

O resultado da TWC são muitos coeficientes *wavelets* W em função da escala e posição. Multiplicando cada coeficiente pelo escalar adequado e fazendo um deslocamento apropriado, resultam os coeficientes *wavelets* do sinal original.

Um conjunto particular de *wavelets* pode ser especificado por um conjunto particular de números, que são os coeficientes dos filtros que implementam as *Wavelets* de Daubechies (PRESS et al., 1992).

A mais simples, DAUB4, tem apenas 4 coeficientes. Quanto maior o número de coeficientes, mais suave é a *wavelet* (Figura 7).

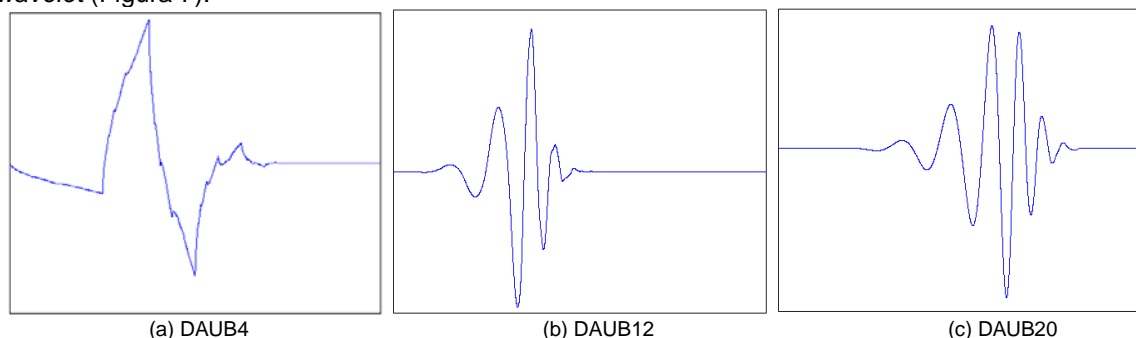


Figura 7 – Wavelets de Daubechies

Além das DAUB4 existem várias outras. Em Daubechies (1992), são apresentadas *wavelets* de Daubechies com até 10 coeficientes. Neste trabalho são utilizadas as DAUB4, DAUB12 e DAUB20 (Figura 7). Na seção 4.1 pode ser verificado qual dessas *wavelets* apresentam melhor desempenho na atenuação do multicaminho de alta frequência no posicionamento relativo GPS.

4.1. DAUB4, DAUB12 ou DAUB20?

A escolha da *wavelet* é um passo muito importante para que resultados satisfatórios possam ser obtidos. Para verificar se é mais interessante o uso das *wavelets* de 4, 12 ou 20 coeficientes na atenuação do multicaminho, vários testes foram realizados com várias sessões de dados e com todas as observações de DD disponíveis em cada teste. Para mostrar os resultados obtidos, as figura 8(a), 8(b) e 8(c) apresentam um sinal de DD, plotado antes e após aplicar a TW com a DAUB4, DAUB12 e DAUB20, respectivamente.

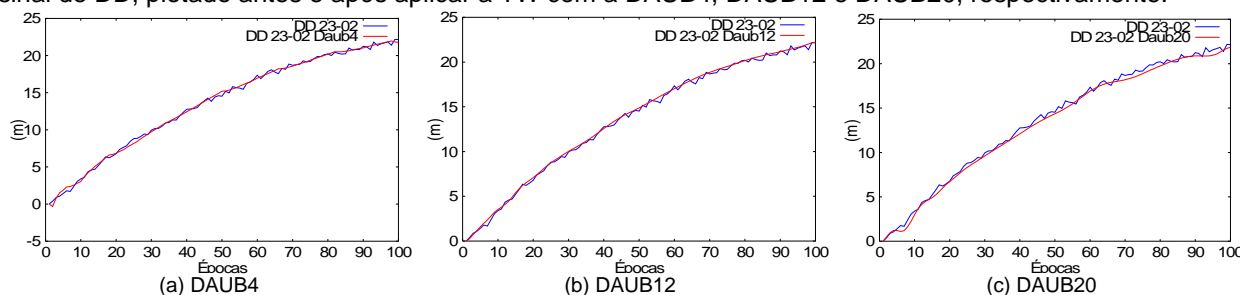


Figura 8 – Comparando as DD reconstruídas com a DAUB4, DAUB12 e DAUB20

Quanto maior o número de coeficientes mais suave é a *wavelet*, e isto pode ser visto comparando entre si as figuras 8(a), 8(b) e 8(c). A DAUB20 (Figura 10(c)) mostrou-se muito suave para ser aplicada na DD, causando alguns “saltos”, ou seja, alterações mais bruscas que as do próprio sinal. A DAUB4 também não apresentou bons resultados. Já com o uso da DAUB12, obteve-se resultados melhores em todos os testes.

Para reforçar o que foi discutido anteriormente, todos os resíduos estimados após o processamento foram analisados. Na tabela 1, os resíduos médios são comparados.

Tabela 1 - Comparação dos resíduos médios (Rm) e Desvio Padrão (SD) para a medida de DD 23-02 (m)

Sem aplicar a TW		DAUB4		DAUB12		DAUB20		DAUB4		DAUB12		DAUB20	
Rm	SD	Rm	SD	Rm	SD	Rm	SD	Rm	SD	Rm	SD	Rm	SD
0,253	0,308	0,170	0,236	0,167	0,218	0,256	0,318	0,330	0,376	0,356	0,426	0,474	0,518

Como esperado, aplicando a DAUB12, os resíduos estimados foram menores. Por isso, utilizou-se esta *wavelet* no presente trabalho.

5. EXPERIMENTO E RESULTADOS

Um experimento foi realizado no Centro Olímpico (CO) de Presidente Prudente, a aproximadamente 800 m da FCT/UNESP onde se localiza uma estação contínua da Rede brasileira de Monitoramento Contínuo

(RBMC). Esta estação possui um receptor Trimble 4000 SSI e uma antena *choke ring* do tipo Dorne Margolin que está fixa em um pilar de concreto de altura 3 m.

No local do experimento, um receptor Trimble 4600 LS de simples frequência foi fixo em um tripé e colocado em um campo distando aproximadamente 90 m de quatro prédios (Figura 9). Os prédios medem aproximadamente 70 m de altura, 28 m de largura e distam 20 m um do outro.

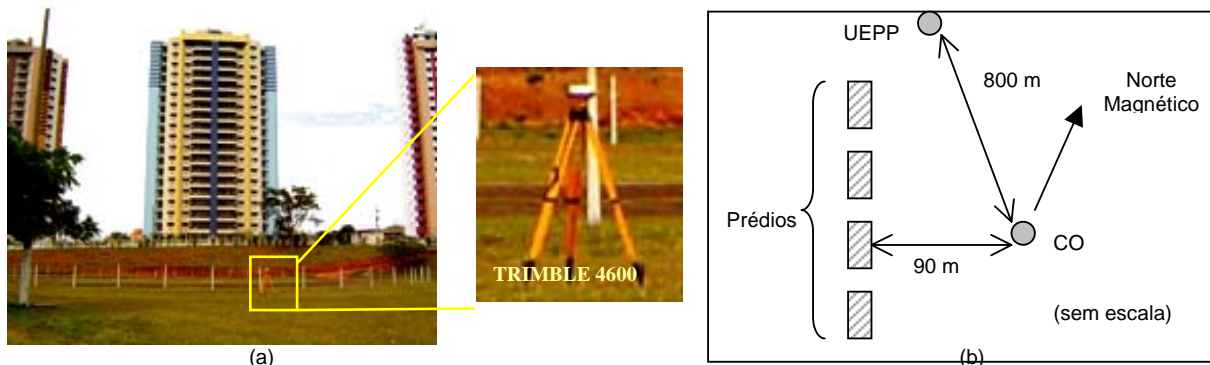


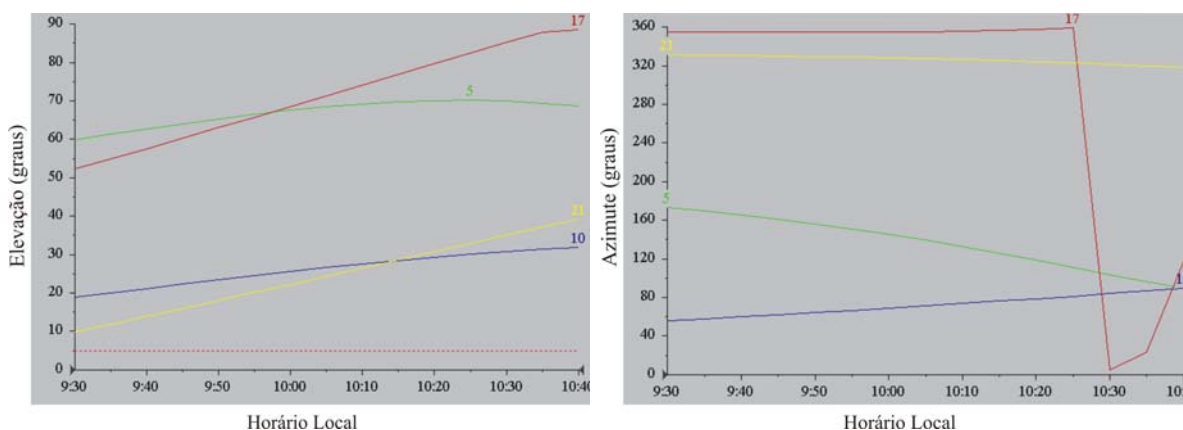
Figura 9 – (a) Receptor Trimble 4600 LS no local do experimento e (b) representação esquemática

Esta coleta de dados foi realizada nos dias 12 e 15 de setembro de 2003 durante 2 h em cada dia. Escolheu-se o período das 9 às 11 h (horário local) para que o efeito ionosférico não fosse tão significativo, e devido ao curto comprimento da linha de base, considerou-se que este efeito foi eliminado na dupla diferenciação e que o erro dominante nos resíduos das DDs é de multicaminho. Utilizou-se taxa de coleta de 15 s e máscara de elevação de 5°. Utilizando esta máscara de elevação os ruídos e variações no centro de fase são um pouco mais intensos quando comparados a uma máscara de 15°, entretanto não prejudicam as análises.

Com o intuito de verificar o efeito de multicaminho gerado para a linha de base UEPP-CO e a efetividade das *wavelets* na atenuação do multicaminho, foram processados os dados de uma sessão de 250 épocas (9h 32min às 10h 34min - horário local no dia 12 de setembro). No dia 15 de setembro esta sessão está adiantada de 4 min por dia.

5.1. VERIFICANDO O ERRO DE MULTICAMINHO

Para realizar o processamento da linha de base UEPP-CO adotou-se o PRN 17 como satélite base, por estar em alto ângulo de elevação e azimute não propício para reflexões nos prédios (Figura 10(a)).



(a) Elevação (b) Azimute
Figura 10 – Elevação e Azimute para os satélites 17, 05, 10 e 21.

Para visualizar os resultados, utilizou-se os satélites 05, 10 e 21. Os satélites 10 e 21 foram escolhidos por terem os menores ângulos de elevação dentre os satélites rastreados, e conseqüentemente, mais sujeitos ao multicaminho. Também se verificou o azimute dos satélites para que estes estivessem na direção frontal aos prédios (Figura 10(b)). O satélite 5 foi utilizado, para efeito de comparação, pois este esteve em altos ângulos de elevação e azimute menos propício para gerar sinais refletidos durante a sessão coletada.

5.1.1. Erros de multicaminho na pseudodistância (código)

Nas figuras 11(a), 11(b) e 11(c), pode-se verificar os resíduos das DDs do código para os PRNs 17-10, 17-21 e 17-05. A repetibilidade dos erros de multicaminho nos os dois dias pode ser verificada nestas figuras.

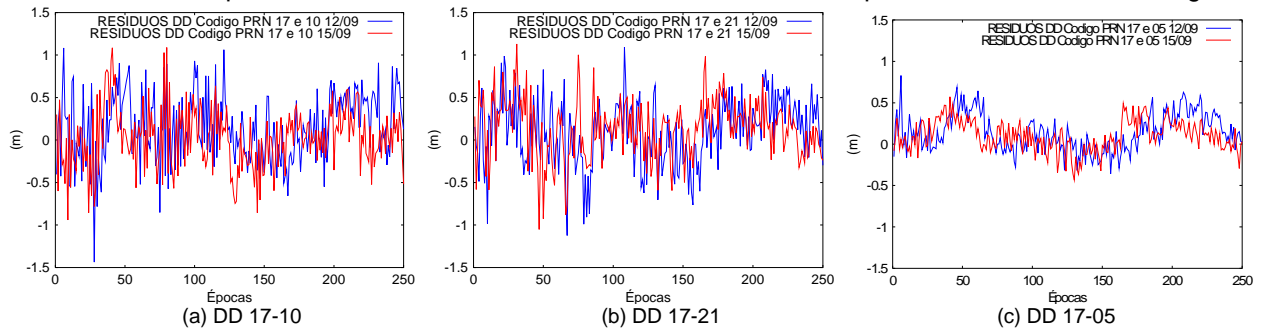


Figura 11 – Resíduos das DDs do código para os PRNs 17-10, 17-21 e 17-05 nos dias 12 e 15

Utilizou-se o coeficiente de correlação (multiplicado por cem) para analisar a repetibilidade do multicaminho nos resíduos das DDs do código nos dias 12 e 15. A repetibilidade para as DDs 17-10 e 17-21 foram de aproximadamente 51% e 57%, respectivamente. Assim, como esperado, pode-se verificar que os erros de multicaminho possuem uma repetibilidade após um dia sideral. Geralmente, a repetibilidade é maior, mas os ruídos e variações de centro de fase devido ao baixo ângulo de elevação utilizado dificultam um pouco a verificação da repetibilidade deste efeito. Além disso, como esperado, o satélite 05, que esteve em altos ângulos de elevação (61° a 70°) e azimute menos propício para sinais refletidos durante a sessão processada, causou resíduos menores em relação aos satélites 10 e 21, os quais estiveram em ângulos de elevação menores (19° a 32° e 11° a 36°, respectivamente). A repetibilidade do multicaminho em relação a este satélite foi de 40% e pode ser observada na figura 11(c). Esses resíduos são comparados na tabela 2.

Tabela 2 - Resíduos para as medidas de DDs do código

Resíduos das DDs	DD 17-10		DD 17-21		DD 17-05	
	Dia 12	Dia 15	Dia 12	Dia 15	Dia 12	Dia 15
Resíduo máximo (m)	1,437	1,09	1,125	1,131	0,829	0,573
Resíduo médio (m)	0,345	0,284	0,320	0,297	0,208	0,168

Na tabela 2, observa-se que tanto os resíduos médios como os máximos foram menores para a DD 17-05, tal como esperado.

5.1.2. Erros de multicaminho na fase da onda portadora

Nas figuras 12(a), 12(b) e 12(c), pode-se verificar as DDs da fase da onda portadora para os PRNs 17-10, 17-21 e 17-05, respectivamente.

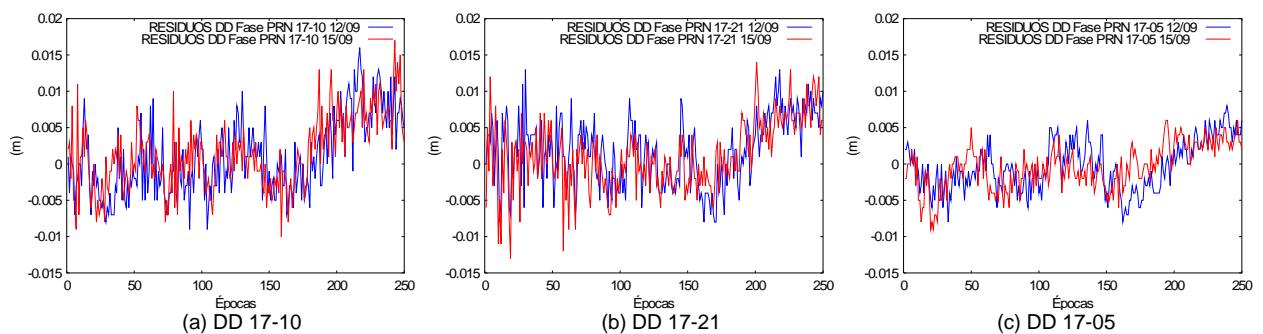


Figura 12 – Resíduos das DDs da fase nos dias 12 e 15

A repetibilidade dos erros de multicaminho para as DDs 17-10 e 17-21 nos dois dias foi de aproximadamente 73% e 60% e pode ser verificada nos resíduos das DDs nas figuras 12(a) e 12(b). Também para a fase da onda portadora, os resíduos da DD 17-05 (figura 12(c)) foram menores em relação aos das DDs 17-10 e 17-21. A repetibilidade foi menor, aproximadamente 51%, como esperado. Pode-se perceber que os resíduos para a fase (tabela 3) são bem menores do que para o código. Esses resíduos são comparados na tabela 3.

Tabela 3 - Resíduos para as medidas de DDs da fase

Resíduos das DDs	DD 17-10		DD 17-21		DD 17-05	
	Dia 12	Dia 15	Dia 12	Dia 15	Dia 12	Dia 15
Resíduo máximo (m)	0,0066	0,0032	0,0025	0,0026	0,0015	0,0017
Resíduo médio (m)	0,0008	0,0007	0,0008	0,0007	0,0005	0,0004

Da mesma forma que para o código, observa-se que tanto os resíduos médios como os máximos para a fase foram menores para a DD 17-05.

5.2. UTILIZANDO A TRANSFORMADA DE WAVELETS PARA ATENUAR O MULTICAMINHO NAS DDs

As *wavelets* de Daubechies com 12 coeficientes foram aplicadas nas medidas de DDs do código e da fase da portadora. Após realizar a decomposição com a TW, os coeficientes relativos à alta frequência e ao multicaminho foram separados e retirados das medidas de DDs. As DDs foram reconstruídas e as observações foram reprocessadas. Nas figuras 13(a) e 13(b), são apresentados os resíduos da DD 17-10 do código e da fase antes e depois da correção do multicaminho na sessão processada do dia 12.

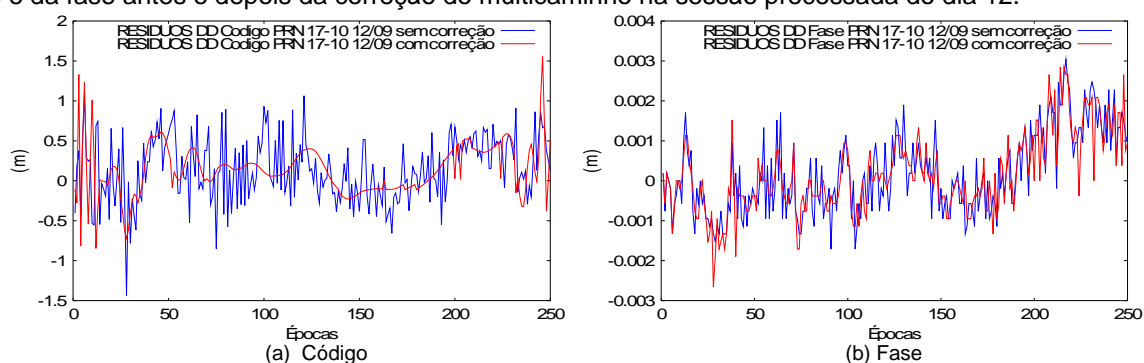


Figura 13 – Resíduos da DD 17-10 antes e após correção

A partir da figura 13 (a e b) observa-se que apenas o efeito de multicaminho de alta frequência foi minimizado. Entretanto, o efeito de multicaminho de baixa frequência não pode ser atenuado quando a TW é aplicada diretamente no sinal de DD. Como a DD da fase da onda portadora representa geralmente um sinal bem mais suave que a DD do código, a atenuação do efeito do multicaminho para a DD da fase foi bem menor (figura 13(b)). Os resultados para as DDs do dia 15 foram similares. Os erros relativos às DDs 17-10, 17-21 e 17-05 são sumarizados nas tabelas 4 e 5 para o código e para a fase, respectivamente.

Tabela 4 – Comparação dos resíduos médios (Rm) e Desvio Padrão (SD) com e sem a correção do multicaminho para o código

Resíduos das DDs	DD 17-10				DD 17-21				DD 17-05			
	Dia 12		Dia 15		Dia 12		Dia 15		Dia 12		Dia 15	
	Rm	SD	Rm	SD	Rm	SD	Rm	SD	Rm	SD	Rm	SD
Sem correção (m)	0,345	0,405	0,284	0,363	0,320	0,387	0,297	0,346	0,208	0,226	0,168	0,185
Com correção (m)	0,253	0,315	0,200	0,290	0,259	0,311	0,225	0,263	0,180	0,196	0,147	0,150
Melhoria (%)	27	22	30	20	19	20	24	24	13	13	12	19

Tabela 5 – Comparação dos resíduos médios (Rm) e Desvio Padrão (SD) com e sem a correção do multicaminho para a fase

Resíduos das DDs	DD 17-10				DD 17-21				DD 17-05			
	Dia 12		Dia 15		Dia 12		Dia 15		Dia 12		Dia 15	
	Rm	SD	Rm	SD	Rm	SD	Rm	SD	Rm	SD	Rm	SD
Sem correção (m)	0,0045	0,0059	0,0045	0,0050	0,0042	0,0048	0,0037	0,0047	0,0028	0,0034	0,0024	0,0031
Com correção (m)	0,0039	0,0050	0,0039	0,0048	0,0038	0,0043	0,0035	0,0045	0,0027	0,0033	0,0023	0,0030
Melhoria (%)	14	15	14	4	10	10	5	4	4	3	4	4

Das tabelas 4 e 5 verifica-se a efetividade do método na correção do multicaminho de alta frequência das medidas de fase e pseudodistância.

As análises seguintes são realizadas apenas para os resultados do dia 12 de setembro de 2003. Entretanto, todos os resultados para o dia 15 após a correção do multicaminho também foram melhores.

Para comparar a qualidade das observações de DD para a fase e código, antes e após a correção do multicaminho de alta frequência, utilizou-se a estatística *Global Overall Model* (GOM) (TEUNISSEN, 1998a). Os valores desta estatística podem ser vistos na figura 14(a). Para verificar a confiabilidade da solução das

ambigüidades, a figura 14(b) apresenta os valores da estatística *ratio* antes e depois da correção do multicaminho de alta frequência, e na figura 14(c), os valores da estatística Delta-Omega. Esta estatística refere-se ao valor da diferença entre a forma quadrática do vetor dos resíduos que proporcionou a melhor unidade de peso *a posteriori* e a que proporcionou a segunda melhor (TEUNISSEN, 1998b).

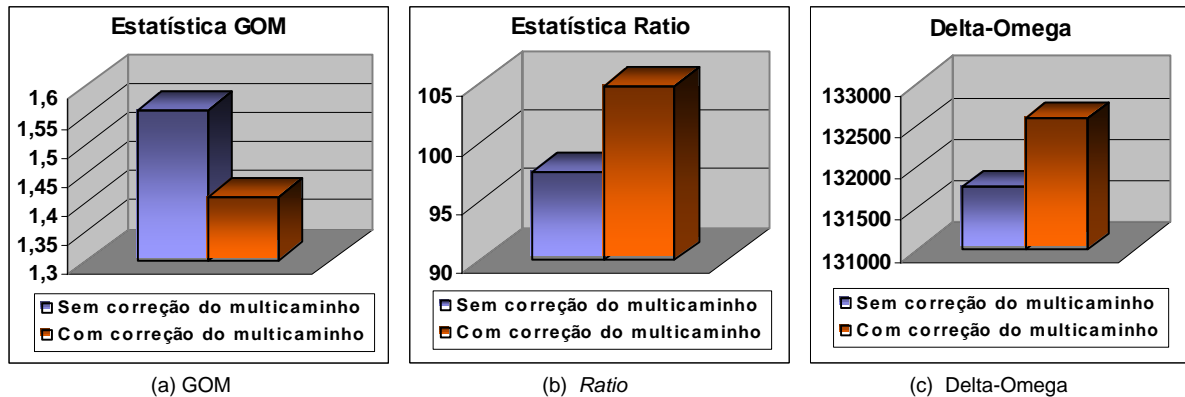


Figura 14 - Estatísticas GOM, *Ratio* e Delta-Omega

Verifica-se, a partir da figura 14(a), que o valor da estatística GOM é melhor para as observações após a correção do multicaminho de alta frequência, mostrando que este efeito sistemático foi minimizado. Em relação ao *Ratio*, sabe-se que quanto maior o valor desta estatística, maior a probabilidade do vetor das ambigüidades estar solucionado corretamente (TEUNISSEN, 1998b). Dessa forma, pode-se verificar que a solução das ambigüidades após a correção do multicaminho está mais confiável, embora esta já estivesse confiável antes da correção, pois o valor do *ratio* já era muito maior que 3 (MONICO, 2000). Da mesma forma que a estatística *ratio*, quanto maior o valor da estatística Delta Omega, mais confiável é a solução das ambigüidades. Logo, pode-se verificar na figura 15 que a solução das ambigüidades após a correção do multicaminho está mais confiável.

CONCLUSÕES

A problemática do efeito do multicaminho tem sido muito estudada nos últimos anos, e conseqüentemente, muitas técnicas, as quais foram abordadas neste artigo, têm sido desenvolvidas. Entretanto, diversas limitações técnicas e custos estão geralmente envolvidos. Por esta razão, procurou-se mostrar uma metodologia de atenuação do multicaminho no posicionamento relativo GPS de alta precisão que fosse prática e de baixo custo. Isto foi possível com a aplicação da TW, que é realizada durante o processamento dos dados e não necessita de uma antena ou de um receptor específico. Entretanto, até o momento o efeito de multicaminho pode ser atenuado apenas parcialmente.

Foi mostrado que a DAUB12 apresenta melhores resultados na atenuação do multicaminho das medidas de DDs GPS, quando comparada a DAUB4 e DAUB20. Mesmo reduzindo apenas o efeito de multicaminho de alta frequência, obtiveram-se melhorias de até 30% nos resíduos médios para a pseudodistância e até 14% para a fase da onda portadora. Os resultados também mostraram que a solução das ambigüidades se tornou mais confiável após a atenuação do multicaminho.

Em trabalhos futuros pretende-se tirar proveito do potencial da teoria de *wavelets* para eliminar quase que completamente os erros causados pelo efeito do multicaminho no posicionamento relativo GPS.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVES, D. B. M. Métodos dos Mínimos Quadrados com penalidades: Aplicação no Posicionamento Relativo GPS 2004. 131 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - FCT, UNESP, Pres.Prudente.
- BRAASCH, M. S. Multipath Effects. In: PARKINSON, B. W. e SPILKER, J. J. **Global Positioning System: Theory and Applications**. Cambridge: Amer. Inst. of Aeronautics and Astronautics, 1996. v.1, p.547-568.
- BÖDER, V. et al. How to Deal With Station Dependent Errors - New Developments of the Absolute Field Calibration of PCV and Phase-Multipath With a Precise Robot. In: ION, 14, 2001, Salt Lake City, UT. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2001.
- COMP, C. J.; AXELRAD, P. An Adaptative SNR-Based Carrier Phase Multipath Mitigation Technique. In: ION, 9, 1996, Kansas City. **Proceedings...** Kansas City, Missouri: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1996. p. 683-697.
- DAUBECHIES, I. **Ten Lectures on Wavelets**. SIAM, Philadelphia, PA, 1992. 357 p.

- FARRET, J. C. **O efeito do multicaminho estático nas medidas da fase das portadoras GPS**. 2000. 132 f. Tese (Doutorado em Ciências Geodésias) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- FARRET, J. C. et al. Correlação SNR e multicaminho na fase das portadoras GPS. In: COLÓQUIO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS, 3, 2003, Curitiba. **Anais....** Curitiba: UFPR, 2003. CD-ROM.
- GARIN, L.; van DIGGELEN, F. e ROUSSEAU, J. M. Strobe & Edge Correlator Multipath Mitigation for Code. In: ION, 9, 1996, Kansas City. **Proceedings...** Kansas City, Missouri: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1996. p. 657-671.
- HANNAH, C. D.; WALKER, R. A. e KUBIK, K. Towards a Complete Virtual Multipath Analysis Tool. In: ION, 11, 1998, Nashville. **Proceedings...** Nashville: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1998. p.1055-1063.
- HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; COLLINS, J. **GPS Theory and Practice**. 4.ed. Wien: Springer-Verlag, 1993. 326 p.
- JIA, M.; TSAKIRI, M.; STEWART, M. Mitigation Multipath Errors Using Semi-parametric Models for High Precision Static Positioning. In: IAG SYMPOSIA, 2000. **Geodesy Beyond 2000**, v. 121, p. 393-398.
- KUNYSZ, W. High Performance GPS Pinwheel Antenna. In: ION, 13, 2000, Anaheim, Canada. **Proceedings...** Anaheim, Canada: The Satellite Division of the Inst. of Navigation, 2000. p. 2506-2511.
- _____. Advanced Pinwheel Compact Controlled Reception Pattern Antenna (AP-CRPA) designed for Interference and Multipath Mitigation. In: ION, 14, 2001, Salt Lake City, UT. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2001. p. 2030-2036.
- LEICK, A. **GPS Satellite Surveying**. New York: John Wiley & Sons, 1995.560p.
- MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo NAVSTAR - GPS**: Descrição, fundamentos e aplicações. São Paulo: UNESP, 2000. 287 p.
- PARKINSON, B. W. GPS Error Analysis. In: PARKINSON, B. W. e SPILKER, J. J. **Global Positioning System: Theory and Applications**. Cambridge: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 1, p. 469-483.
- PRESS et al. **Numerical Recipes in C**. United States of America: Cambridge, 1992. 994 p.
- RAY, J. K.; CANNON, M. E.; FENTON, P. Mitigation of Static Carrier Phase Multipath Effects Using Multiple Closely-Spaced Antennas. In: ION, 11, 1998, Nashville. **Proceedings...** Nashville: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 1998. p. 1025-1034.
- RAY, J. K. Use of Multiple Antennas to Mitigate Carrier Phase Multipath in Reference Stations. In: ION, 12, 1999, Nashville. **Proceedings...** Kansas City: The Sat. Div. of the Inst. of Navigation, 1999. p. 269-280.
- SEEBER, G. **Satellite geodesy: foundations, methods and applications**. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 2003. 586 p.
- SOUZA, E. M.; PAGAMISSE, A.; MONICO, J. F. G. **Wavelets: Redução do multicaminho do posicionamento relativo GPS**. Pres. Prudente: Dep. de Matemática, 2003. Rel.Técnico. 1/2003. 76p.
- SOUZA, E. M. **Efeito de Multicaminho de Alta Frequência no Posicionamento Relativo GPS Estático: Detecção e atenuação utilizando Wavelets**. 2004. 144 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, UNESP, Presidente Prudente.
- SOUZA, E. M.; MONICO, J. G. Wavelet Shrinkage: High Frequency Multipath Reduction from GPS Relative Positioning. **GPS Solutions**. 2004. (to appear)
- SWELDENS, W. Wavelets: What next? **Proceedings of the IEEE**, 84 (4), p. 680-685, 1996.
Disponível em: <<http://cm.bell-labs.com/who/wim/papers/papers.html>>. Acesso em: 21 jan. 2003.
- TEUNISSEN, P. J. G. Quality Control and GPS. In: TEUNISSEN, P. J. G.; KLEUSBERG, A. **GPS for Geodesy**. 2 ed. Berlin: Springer Verlage, 1998a, p. 271-318.
- TEUNISSEN, P. J. G. GPS Carrier Phase Ambiguity fixing concepts. In: TEUNISSEN, P. J. G.; KLEUSBERG, A. **GPS for Geodesy**. 2 ed. Berlin: Springer Verlage, 1998b, p. 319-388.
- TOWNSEND, B. et al. Performance Evaluation of the Multipath Estimating Delay Lock Loop. In: ION, 8, 1995, Anaheim, California. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Inst. of Navigation, 1995.
- XIA, L. Approach for Multipath Reduction Using Wavelet Algorithm. In: ION, 14, 2001, Salt Lake City, UT. **Proceedings...** Kansas City: The Satellite Division of the Institute of Navigation, 2001. p. 2134-2143.
- WALKER, R. A.; KUBIK, K. Numerical Modelling of GPS Signal Propagation. In: ION, 9, 1996, Kansas City. **Proceedings...** Kansas City, Missouri: The Satellite Division of the Inst. of Navigation, 1996. p. 709-717.
- WEILL, L.R. Conquering Multipath: The GPS Accuracy Battle. **GPS World**, 1997a, v. 8, p. 59-66.
- WEILL, L.R. GPS Multipath Mitigation by Means of Correlator Reference Waveform Design. In: NTM, 1997, Santa Monica, California. **Proceedings...**, 1997b. p. 197-206.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer a FAPESP pelo apoio financeiro, processo (01/11875-2).